

Análise Complexa e Equações Diferenciais

1º Semestre 2020/2021

Teste — Semana 13 — 16 de Dezembro de 2020

(CURSOS: LMAC, MEFT)

1. Considere a equação diferencial ordinária, com parâmetro $a \in \mathbb{R}$,

$$y'' + ay' + y = 0.$$

[5,0 val] (a) Para $a = 2$ obtenha e^{At} , em que A é a matriz companheira do sistema de primeira ordem equivalente à equação.

[5,0 val] (b) Determine, justificando, os valores de $a \in \mathbb{R}$ para os quais todas as soluções da equação satisfazem $\lim_{t \rightarrow +\infty} y(t) = 0$.

[5,0 val] 2. (a) Determine a solução geral da equação homogénea

$$y'' + \frac{2}{t}y' - \frac{2}{t^2}y = 0$$

procurando soluções em número suficiente, da forma $y(t) = t^q$, com expoentes $q \in \mathbb{R}$ adequados.

[5,0 val] (b) Obtenha a solução do problema de valor inicial

$$y'' + \frac{2}{t}y' - \frac{2}{t^2}y = \frac{3}{t}, \quad y(1) = 1, \quad y'(1) = 0.$$